

研究论文

一类非线性系统的鲁棒自校控制器设计

周玉成,程放,李晓群

(中国林科院木材工业研究所,北京 100091)

摘要: 本文讨论了在木材工业计算机集成制造系统中,抽象出的一类含不确定因素的非线性系统的鲁棒渐进跟踪问题,其中的未知参变量是时变的,且取值于一紧集 Ω 上。当未知参变量以线性和非线性形式出现时,给出了静态自校正控制器的设计。

关键词: Lyapunov 函数;鲁棒渐进跟踪;非线性不确定系统;控制器

中图分类号:TS6.O24 文献标识码:A 文章编号:1001-8654(2003)03-0010-03

Design of a Nonlinear Robust Self-tuning Controller

ZHOU Yu-cheng, CHENG Fang, LI Xiao-qun

(Research Institute of Wood Industry, Chinese Academy of Forestry, Beijing 100091, China)

Abstract: This paper discusses the problem of nonlinear robust tracing systems containing uncertain diathesis. It is abstracted from Computer Integrated Manufacturing Systems (CIMS) in the wood industry where unknown parameters from a compact set Ω are time-varying. Furthermore, a robust self-tuning controller tracking problem is given when unknown parameters appear both linear and nonlinear.

Key words: Lyapunov function; Robust tracking; Nonlinear uncertain system; Controller

考虑在木材工业计算机集成制造系统中,抽象出的一类含不确定因素的多变量非线性不确定系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x, \theta(t))u \\ &+ [g(x) + g(x)Q(x, \theta(t))]u \quad \dots\dots\dots (1.1a) \end{aligned}$$

$$y = h(x) \quad \dots\dots\dots (1.1b)$$

其中:状态变量 $x \in R^n$, 输入 $u \in R$, 输出 $y \in R$, 未知参变量 $\theta(t)$ 为时变的分段连续的, 且取值于一紧集 Ω 上, $f(x)$ 和 $g(x)$ 为标称或未被扰动的解析向量, 且 $g(x) \neq 0$, 对 $\forall x \in R^n$, $h(x)$ 是 R^n 上的实函数, $Q(x, \theta)$ 是定号非零函数。控制目的是寻找一个光滑的半全局(局部)状态反馈控制器, 使得对于给定的理想输出 y_d 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_d) = 0$, 同时保证闭环系统是有界的, 且对于 $\forall \theta \in \Omega$ 都成立。

对于这类含不确定因素的非线性系统控制问题的研究, 笔者等^[1~4]已经作了一些工作并取得了一些有益的结果, Corless 和 Leitmann^[5]在严格匹配条件

的假设下得出了一些早期的结果。Kanelakopoulos 等^[6~8]在扩展匹配条件下, 给出未知参变量为常数时的扩展直接控制方法; 又在参数严格反馈条件下, 讨论了未知参变量为常数时的不确定非线性系统, 并给出了自适应控制器的系统设计方案(Freeman 等, 1993; A Isidori 等, 1989)。但是, 按上述方法设计的控制器存在如下的问题: 抽象出的系统模型不能保证其标称系统反馈线性化的条件必须是 $\rho = n$; 沿某些曲线, 当 $\|x\| \rightarrow \infty$ 鲁棒控制器失效。因此, 本文所讨论的含不确定因素的非线性系统并不要求未知参变量必须是常数, 且可以非线性形式出现, 同时并不要求满足匹配条件或扩展匹配条件, 所讨论的不确定性更具有一般性。

1 基本知识和条件

考虑系统:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad \dots\dots\dots (2.1a)$$

$$y = h(x) \quad \dots\dots\dots (2.1b)$$

假设 2.1: 存在 $n - \rho$ 个光滑函数 $\phi_i(x)$, $\rho + 1 \leq i$

收稿日期: 2002-06-20

基金项目: 中国林科院特殊人材基金、十五攻关基金、科技部基金资助课题。

作者简介: 周玉成(1959—), 男, 中国林科院木材工业研究所副研究员, 博士。

• 10 •

$\leq n$ 使得坐标变换:

$$\begin{aligned} z_1 &= h(x) \\ z_2 &= L_f h(x) \\ &\vdots \\ z_\rho &= L_f^{\rho-1} h(x) \\ z_i &= \Phi_i(x), \rho+1 \leq i \leq n \end{aligned} \quad (2.2)$$

是局部微分同胚变换,使系统(2.1)变为:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_{i-1} &= z_i, i=3, \dots, \rho \\ \dot{z}_\rho &= a(z) + b(z)u \end{aligned} \quad (2.3a)$$

$$\dot{z}' = \Phi_0(y, z') \quad (2.3b)$$

$$y = z_1 \quad (2.3c)$$

其中 $b(z) = L_g L_f^{\rho-1} h(x) \neq 0$, 对 $\forall x \in R^n, z' = (z_{\rho+1}, \dots, z_n)^T$.

假设 2.2: 存在 $n-\rho$ 个光滑函数 $\Phi_i(x), \rho+1 \leq i \leq n$ 使得坐标变换(2.2)为全局微分同胚变换,且使系统(2.1)全局变为(2.3)。

引理 2.1^[7]: 考虑系统(1.1), 如果: 假设 2.1 成立, 且 $q(x, \theta) = \sum_{i=1}^p \theta_i(x) q_i(x); p=1, 2, \dots, n$; 参数严格反馈条件:

$$[x, q_j] \in G', \forall x \in G', 0 \leq j \leq \rho-2 \quad (2.4)$$

其中对合分布 $G' = S_p\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{\rho-1} g\}, 0 \leq j \leq \rho-2$ 成立, 那么系统(1.1)局部等价于:

$$\begin{aligned} \dot{z}_j &= z_{j+1} + \sum_{i=1}^p \theta_i(t) \Phi_{j,i}(z_1, \dots, z_j, z') \quad j=1, 2, \dots, \rho-1 \\ \dot{z}_\rho &= a(z) + \sum_{i=1}^p \theta_i(t) \Phi_{\rho,i}(z) + \bar{b}(z, \theta)u \end{aligned} \quad (2.5a)$$

$$\dot{z}' = \Phi_0(y, z') + \sum_{i=1}^p \theta_i(t) \Phi_i(y, z') \quad (2.5b)$$

$$y = z_1 \quad (2.5c)$$

引理 2.2^[7]: 考虑系统(1.1), 如果, 假设 2.2 成立, 且 $q(x, \theta) = \sum_{i=1}^p \theta_i(t) q_i(x)$; 参数严格反馈条件(2.4)成立; 那么系统(1.1)可全局等价于式(2.5)。

引理 2.3^[7]: 考虑系统(1.1), 如果, 假设 2.1 成立; 参数严格反馈条件(2.4)成立, 那么系统(1.1)局部等价于:

$$\begin{aligned} \dot{z}_j &= z_{j+1} + \Phi_j(z_1, \dots, z_j, z', \theta(t)) \quad j=1, \dots, \rho-1 \\ \dot{z}_\rho &= a(z) + \Phi_\rho(z, \theta(t)) + \bar{b}(z, \theta(t))u \end{aligned} \quad (2.6a)$$

$$\dot{z}' = \Phi_0(y, z') + \Phi(y, z', \theta(t)) \quad (2.6b)$$

$$y = z_1 \quad (2.6c)$$

引理 2.4^[7]: 考虑系统(1.1), 如果, 假设 2.2 成立; 参数严格反馈条件(2.4)成立, 那么系统(1.1)可

全局等价于式(2.6)。

为了方便讨论系统(1.1)的局部鲁棒跟踪问题, 对式(2.5)和式(2.6)的 z' -子系统给出如下假设: 假设 2.3: 系统(2.5)和(2.6)的 z' -子系统是以 y 为输入的局部输入-输出是有界的。对于所要跟踪的理想输出 y_d , 给出如下假设, 假设 2.4: 理想输出 y_d 以及它的前 ρ 次导数是有界的, 且 y_d 为时间 t 的已知函数。

2 鲁棒自校正控制器的设计

本节讨论当未知参变量 $\theta(t)$ 以线性形式出现, 且在一未知紧集 Ω 上取值时的鲁棒跟踪问题的解, 通过选择适当的 Lyapunov 函数, 给出了局部鲁棒跟踪控制器的设计。

定理 3.1^[9]: 考虑系统(1.1), 如果, 假设 2.2,

2.3 成立, 且 $q(x, \theta(t)) = \sum_{i=1}^p \theta_i(t) q_i(x), Q(x, \theta(t))$ 关于 θ 有界, 理想输出 y_d 满足假设 2.4; 参数严格反馈条件(2.4)成立; 参变量 $\theta(t) \in \Omega$, 一未知紧集上, 那么存在一鲁棒跟踪自校正控制器, 使得闭环系统的所有信号有界, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_d) = 0$, 对所有在 R^{n+p} 的初始值都成立。

简证: 因为系统(1.1)满足假设 2.2, 且参数严格反馈条件(2.4)成立, 由引理 2.2 知, 系统(1.1)全局等价于式(2.5)。首先考虑子系统(2.5a); 通过构造适当的 Lyapunov 函数, 给出其自校正控制器的设计。

Step 0: 令 $\bar{z}_1 = \bar{z}_1 - y_d$; Step 1: 定义 Lyapunov 函数: $V_1(\bar{z}_1) = \frac{1}{2} \bar{z}_1^2 + \frac{1}{2} \bar{\mu}_1^2$, 其中 $\bar{\mu}_1 = \mu_1 - \hat{\mu}_1, \mu_1$ 为适当的未知常数, $\hat{\mu}_1$ 为待定的自校正连续函数。令 $\bar{z}_2 = z_2 - z_2^*$, 其中 z_2^* 为待定的光滑函数, 那么子系统(2.5a)的第一个方程表示为: $\dot{\bar{z}} = \bar{z}_2 + z_2^* + \sum_{i=1}^p \theta_i(t) \Phi_{1,i}(\bar{z}_1 - z') - \dot{y}_d$ 。令 $z_2^* = -c_1 \bar{z} - s_1(\bar{z}_1, z', \hat{\mu}_1) + \dot{y}_d$, 其中 c_1 为大于 0 的常数, s_1 为待定的光滑函数。则 Lyapunov 函数的时间导数为: $\dot{V}_1 = -c_1 \bar{z}_1^2 + \bar{z}_1 \bar{z}_2 - \bar{z}_1 [s_1 - \sum_{i=1}^p \theta_i(t) \Phi_{1,i}] \hat{\mu}_1 (\mu_1 - \hat{\mu}_1)$ 。因 $\theta \in \Omega$, 一未知紧集上, 故可找到未知常数 $\mu_1 > 0$, 和光滑函数 $\alpha_1(\bar{z}_1, z')$, 使得: $|\sum_{i=1}^p \theta_i(t) \Phi_{1,i}| \leq \mu_1 \alpha_1(\bar{z}_1, z')$ 。选择设计常数 $\Delta > 0$, (在本定理的最后将给出 Δ 的选择), 令 s_1 和 $\hat{\mu}_1$ 分别满足如下条件。

$$\dot{\mu} = \bar{z}_1 \alpha_1(\bar{z}_1, z')$$

$$s_1(\bar{z}_1, z', \hat{\mu}_1) = \begin{cases} |\hat{\mu}_1| \alpha_1(\bar{z}_1, z'), & \text{while } \bar{z}_1 \geq \Delta \\ s^0(\bar{z}_1, z', \hat{\mu}_1), & \text{while } -\Delta \leq \bar{z}_1 < \Delta \\ -|\hat{\mu}_1| \alpha_1(\bar{z}_1, z'), & \text{while } \bar{z}_1 < -\Delta \end{cases}$$

其中: s_1^0 的选择为了保证 s_1 是光滑函数。此时 Lyapunov 函数的导数为:

$$\dot{V}_1 \leq -c_1 \bar{z}_1^2 + \bar{z}_1 \bar{z}_2 - \bar{z}_1 s_1 + \bar{z}_1 \mu_1 \alpha_1 - \bar{z}_1 \mu_2 \alpha_1 + \bar{z}_1 \hat{\mu}_1 \alpha_1 = -c_1 \bar{z}_1^2 + \bar{z}_1 \bar{z}_2 - \bar{z}_1 (s_1 - \hat{\mu}_1 \alpha_1)$$

当 $\bar{z}_2 = 0$ 时, 显然有 $\dot{V}_1 < 0$, 其中 $|\bar{z}_1| \geq \Delta$, 故可以对 V_1 再加上一项 $\frac{1}{2} \bar{z}_2^2$ 以补偿到 $\bar{z}_2 = 0$ 的距离。但是这种方法可能会使局部反馈增益 $\frac{\partial u}{\partial z_p}$ 沿某些曲线当 $\|z\| \rightarrow \infty$ 时趋于无穷。事实上, 当 $\bar{z}_2 \neq 0$ 时, 如 $\bar{z}_1 \bar{z}_2 \leq 0$ 且 $|\bar{z}_1| \geq \Delta$ 时, 仍有 $\dot{V} < 0$, 利用这一点, 可以在 $\bar{z}_1 \bar{z}_2$ 一平面上设计一个新的目标域, 使 $\dot{V}$ 在其上是负的, 那么新的 Lyapunov 函数可由 V_1 加上一项用来补偿到新的目标域的距离得到, 而不是补偿到流形 $\bar{z}_2 = 0$ 的距离而得到。这样做, 就能克服局部反馈增益趋于无穷的问题。

3 结论

本文讨论了非线性不确定系统的局部鲁棒跟踪问题。当未知参变量以线性和非线性形式出现时, 给

出了局部鲁棒跟踪自校正控制器的设计。本设计方法克服了文献[4]的设计方法给控制器带来的不良“硬性”; 考虑的是更加一般的输入-输出线性化系统的局部鲁棒跟踪问题。

参考文献:

- [1] 周玉成, 刘晓平. 教育含约束的非线性不确定系统的鲁棒控制[J]. 控制与决策, 1998, (13): 2: 7-15.
- [2] 周玉成, 刘晓平. 具有最小相位的非线性时变不确定系统的鲁棒镇定[J]. 信息与控制, 1996(5): 13-21.
- [3] 周玉成, 刘晓平. 一类离散时间广义非线性控制系统的动态不可测扰动解耦[J]. 系统工程理论与实践, 1998(12): 16-23.
- [4] 周玉成, 刘晓平. 一类离散时间非线性系统的局部状态反馈解耦[J]. 信息与控制, 1997(6): 17-26.
- [5] Corless M R, Leitmann G. Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Bounded Ness for Uncertain Dynamic Systems[J]. IEEE AC-28, 1981: 1139-1144.
- [6] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Marino R. An Extend Scheme for Robust Adaptive Nonlinear Control[J]. Automatica, 1991, (27)2: 247-255.
- [7] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems. IEEE AC-36, 1991: 1241-1252.
- [8] Marino R, Tomei P. Robust Stabilization of Feedback Linearizable Time-varying Uncertain Nonlinear Systems[J]. Automatica, 1993(29): 181-189.
- [9] 周玉成, 程放, 肖天际, 等. 一类含不确定因素的非线性系统鲁棒跟踪[J]. 林业科学, 2003, 39(2): 130-137.

(上接第9页)

4) 对木材断裂过程应力场的分形研究发现, 裂纹应力场也表现出分形的特征, 并且分形维数在裂纹尖端处最小, 而在远离裂纹尖端处较大;

5) 在今后的研究中可尝试用分形理论, 通过对材料应力场的描述来定量描述材料的非线性。

在研究过程中得到清华大学李玉梁教授和梁东方、马少鹏博士的帮助, 谨此致谢!

参考文献:

- [1] 张济忠. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [2] 费本华. 木材干缩的分形分析[J]. 林业科学, 2002, 38(1): 137-139.
- [3] 费本华. 分形理论在木材科学与工艺学中的应用[J]. 木材工业, 1999, 13(4): 27-28.
- [4] 谢春华, 关文彬, 张东升. 长江上游暗针叶林生态系统主要树种的根系结构与土体稳定性研究[J]. 水土保持学报, 2002, 16(2): 77-79.
- [5] 江泽慧, 费本华. 木材密度曲线的分形分析[J]. 东北林业大学

学报, 2000, 28(4): 2-3.

- [6] K Fan, S G Hatzikiriakos, S Avramidis. Determination of the Surface Fractal Dimension from Sorption Isotherms of Five Softwoods[J]. Wood Science and Technology, 1999, 33(2): 139-149.
- [7] J Liu, T Furuno. The Fractal Estimation of Wood Color Variation by the Triangular Prism Surface Area Method[J]. Wood Science and Technology, 2002, 36(5): 385-397.
- [8] Jose Arnalde Redinz, et al. The Fractal Nature of Wood Revealed by Water Absorption[J]. Wood and Fiber Science, 1997, 29(4): 333-339.
- [9] 谢和平. 脆性材料裂纹扩展的分形运动学[J]. 力学学报, 1994, 26(6): 758-762.
- [10] 王丽宇, 鹿振友, 赵东, 等. 白桦材 LT 型裂纹的演化与增长行为的研究[J]. 北京林业大学学报, 2002, 24(2): 60-61.
- [11] 梁东方, 李玉梁, 江碧波. 测量分维的“数盒子”算法研究[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7(3): 247-250.
- [12] 江泽慧, 任海青. 木材断裂过程的研究[J]. 核技术, 2000, 23(8): 573-576.